

УДК 621.777.01: 53.072.22

Периг А. В.
Голоденко Н. Н.
Лаптев А. М.
Бойко И. И.
Михеенко Д. Ю.

ЧИСЛЕННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ПРИ РАВНОКАНАЛЬНОМ УГЛОВЫМ ПРЕССОВАНИИ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ВИХРЯ

Процесс равноканального углового прессования (РКУП) реализуется накоплением пластической деформации в обрабатываемом материале посредством многократного деформирования смазанной заготовки в штампе с двумя пересекающимися каналами одинакового поперечного сечения при сохранении её первоначальной формы и размеров, и представляет большую ценность для современной металлургии, машиностроения, химической промышленности и медицины, как метод получения мелкозернистых металлов, сплавов и композитов с повышенными показателями усталостной прочности при сохранении высоких удельной прочности и технологической пластичности в области эксплуатационных температур для деталей авиационной техники, оборудования химической промышленности, медицинских имплантатов и т. д. [1–5]. Кроме того, при обработке полимерных материалов РКУП обеспечивает существенные структурные изменения исходного материала, связанные с разрушением сферолитов и их трансформаций в пакеты кристаллических ламелей, а также повышение квазистатической трещиностойкости и ударной прочности аморфно-кристаллических и аморфных полимеров, а также полимерных композитов [4].

В то же время протекание процесса РКУП характеризуется значительными неравномерностью и неоднородностью деформированного состояния обрабатываемого материала, что в значительной степени усложняет промышленное использование технологии РКУП и требует дополнительного исследования как деформированного состояния обрабатываемых заготовок, так и геометрических особенностей пластического течения материалов при РКУП. Так, для теоретического исследования неравномерности деформации при РКУП в работе [1] используется метод линий скольжения, причем анализируется течение материала через штамп с внешним закруглением, что вызывает ряд расчетных сложностей, обусловленных нарушением условия линейности задачи, на котором основаны существующие способы построения линий скольжения. Как результат для закругленного штампа строится кинематически допустимое поле линий скольжения, которое оказывается статически недопустимым из-за нарушения граничного условия по трению в верхней точке симметричного веера. Кроме того, современные гипотезы о существовании аналогии между пластическим течением поликристаллов при РКУП и турбулентным течением жидкостей [6] не в полной мере согласуются с классической теорией пластичности и требуют дополнительных исследований, что и определяет актуальность исследуемой проблемы.

Основные особенности пластического течения материалов при РКУП можно проанализировать с использованием таких геометрических методов, как метод слоистых моделей [7] либо метод маркеров [8]–[10]. При этом в известных ранее публикациях [1]–[10] не изучались вопросы динамики локального пластического течения материалов при физическом моделировании РКУП через штампы со сложной геометрией, в частности с внешним закруглением, а разработанный в [10] алгоритм решения уравнений Навье-Стокса для переменных компонентов скорости u , v и давления прессования P не в полной мере учитывал влияние входного и выходного каналов штампа и требовал сравнительно большого времени расчетов, поскольку численное решение строилось для системы двух дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) [10]. Все вышеизложенное позволяет сформулировать задачи настоящего исследования.

Целью работы является теоретическое и экспериментальное исследование динамики локального пластического течения материалов при физическом моделировании РКУП через штамп с внешним закруглением с учетом в математической модели задачи влияния входного и выходного каналов штампа, а также оптимизация алгоритма компьютерного расчета энергосиловых параметров процесса РКУП.

Для экспериментального исследования пластического течения материалов при РКУП в рамках физического моделирования изготовлен полимерный разъемный штамп для РКУП с углом $2\theta = 90^\circ$ между входным и выходным каналами и внешним закруглением $\varphi = 90^\circ$, причем ширина входного и выходного каналов штампа $a = 39$ мм (рис. 1, а). Эмпирический анализ динамики локального пластического течения и степени неоднородности деформированного состояния обрабатываемой заготовки при РКУП основывается на использовании исходной кольцевой сетки (рис. 1, а) и маркеров в виде дисперсных частиц другого твердого материала (например, древесных опилок, рис. 1, б). С использованием разработанного углового штампа (рис. 1, а, рис. 1, б) получены экспериментальные зависимости для давления (рис. 1, в) и скорости (рис. 1, г) прессования исследуемой пластилиновой модели (рис. 1, а, рис. 1, б), где максимальное давление прессования $p_{\max} = 1200$ кПа (рис. 1, в) при средней скорости прессования $\langle V \rangle = 0,31$ мм/с (рис. 1, г).

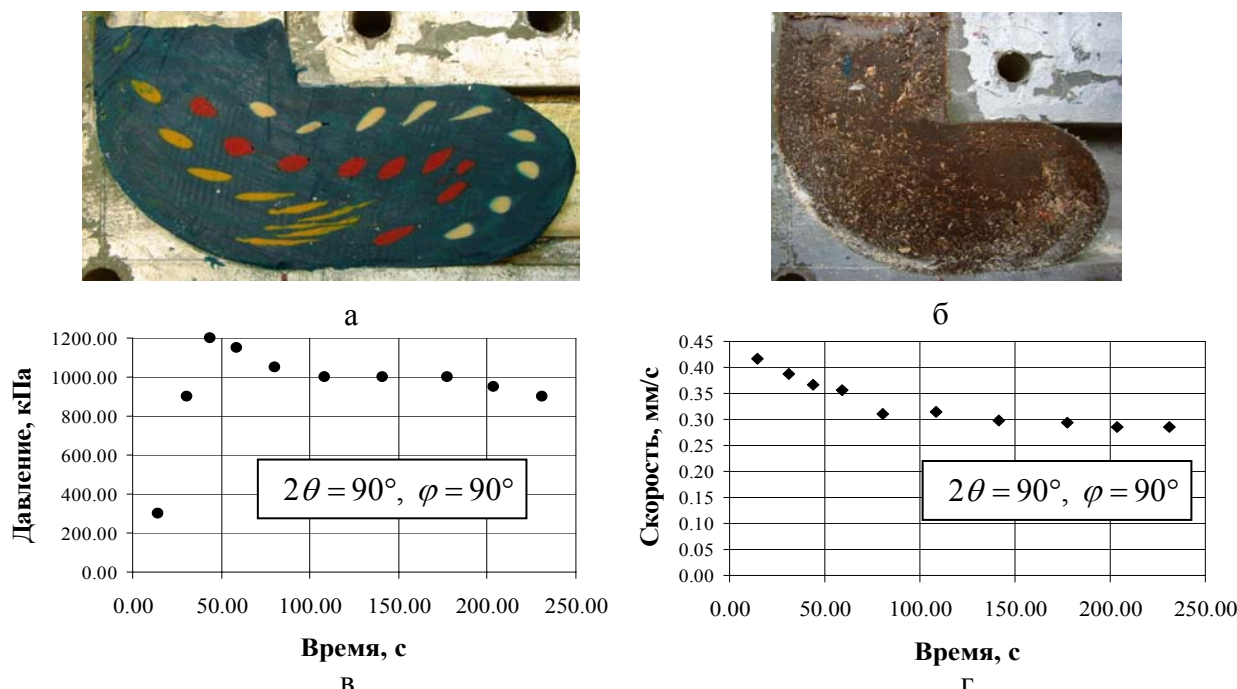


Рис. 1. Пластилиновая модель с исходной кольцевой сеткой (а) и внедренными дисперсными частицами (б) в установившемся режиме течения при РКУП в разъемном штампе с углом $2\theta = 90^\circ$ между входным и выходным каналами и внешним закруглением $\varphi = 90^\circ$, а также эмпирические временные диаграммы для давления (в) и скорости (г) прессования пластилина

Проанализируем динамику РКУП посредством анализа локального пластического течения мягких материалов в угловом штампе на рис. 1, а, рис. 2, а. В качестве вязкого приближения к анализу течения материала при РКУП (рис. 2, б) воспользуемся уравнениями Навье-Стокса (уравнениями импульса) в размерных величинах [10]–[12]:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} + \frac{\bar{\eta}}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right), \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{\eta}}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right), \quad (1б)$$

и уравнением неразрывности:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0, \quad (2)$$

где чертой сверху обозначены размерные величины: \bar{x} , \bar{y} – координаты; \bar{t} – время; \bar{u} и \bar{v} – размерные составляющие скорости вдоль осей x и y соответственно; $\bar{\rho}$ и $\bar{\eta}$ – плотность и вязкость обрабатываемого материала; \bar{P} – давление прессования.

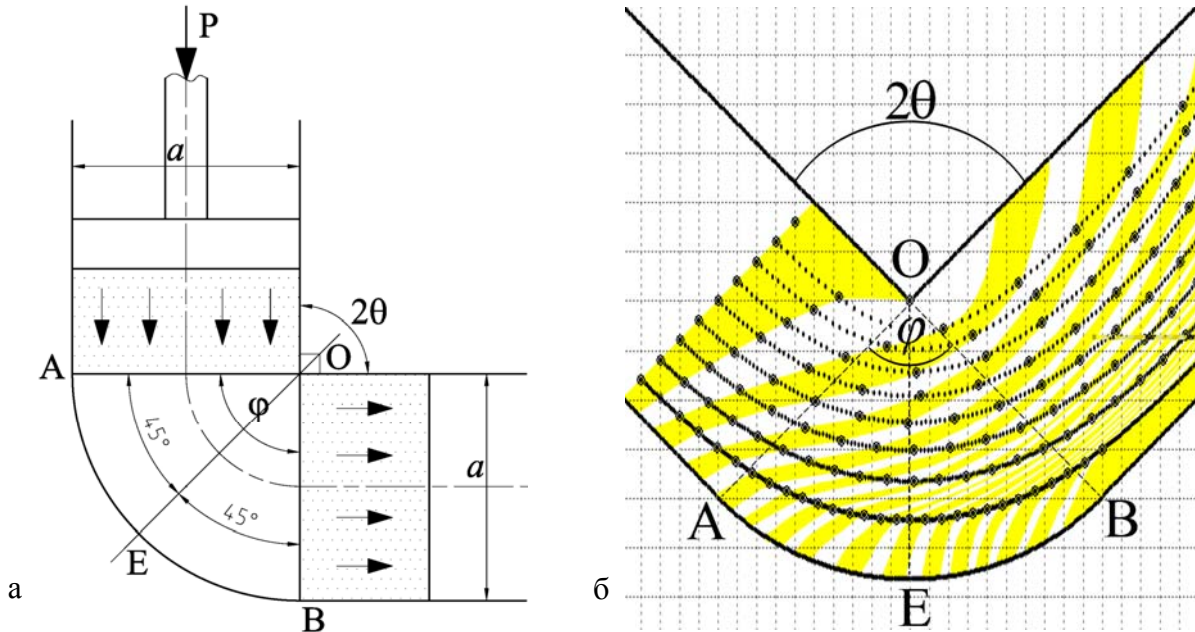


Рис. 2. Штамп для РКУП с прямым углом $2\theta = 90^\circ$ между входным и выходным каналами и с внешним закруглением $\phi = 90^\circ$ (а), а также расчетные линии тока в области очага пластической деформации (б)

Для решения задачи введем следующие безразмерные величины: $x = \bar{x}/\bar{a}$, $y = \bar{y}/\bar{a}$ – безразмерные координаты, где характерный размер \bar{a} – ширина канала; $u = \bar{u}/\bar{U}_0$, $v = \bar{v}/\bar{U}_0$ – безразмерные составляющие скорости вдоль осей x и y , где \bar{U}_0 – скорость материала во входном канале штампа; $P = \bar{P}/(\bar{\rho}\bar{U}_0^2)$ – безразмерное давление; $Re = \bar{U}_0\bar{a}\bar{\rho}/\bar{\eta}$ – число Рейнольдса; $t = \bar{t}\bar{\eta}/(\bar{\rho}\bar{a}^2)$ – безразмерное время; $x = Re \cdot ut$, $y = Re \cdot vt$ – безразмерные координаты. Следуя методикам работ [11]–[14], получаем уравнение переноса вихря:

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \bar{t}} = -\frac{\partial(\bar{u}\bar{\zeta})}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial(\bar{v}\bar{\zeta})}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{\eta}}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial \bar{y}^2} \right). \quad (3)$$

При переходе к безразмерным переменным безразмерный вихрь определяется как $\zeta = \bar{\zeta}\bar{a}/\bar{U}_0$, а безразмерная функция тока как $\psi = \bar{\psi}/(\bar{U}_0\bar{a})$ (рис. 4, а, б).

Тогда уравнение переноса вихря (3) примет вид:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -Re \left[\frac{\partial(u\zeta)}{\partial x} - \frac{\partial(v\zeta)}{\partial y} \right] + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}. \quad (4)$$

Для численного решения задачи соотношение (4) записывается в конечных разностях по методу чередующихся направлений, причем алгоритм численного вихревого решения задачи РКУП можно проиллюстрировать следующей блок-схемой (рис. 3).

Программная реализация данного алгоритма осуществлена в среде Borland Delphi, причем процесс расчёта осуществляется достаточно быстро, поскольку в данном случае вместо системы ДУЧП (1а)–(1б) решается лишь одно уравнение (4).

Будем рассматривать установившийся режим течения, для которого начальные условия берутся в виде грубого приближения к стационарному решению:

$$u_{i,j}^0 = 0; v_{i,j}^0 = 1; \zeta_{i,j}^0 = 1; \psi_{i,j}^0 = -i/m, \quad (5)$$

где m – число шагов координаты на ширине канала.

Граничные условия для рассматриваемой задачи сформулируем из следующих соображений. Семейство линий функции тока $\psi(x, y) = \text{const}$ представляет собой совокупность линий тока. Т. е. на внешней закругленной стенке штампа AEB (рис. 2), которая также является линией тока, аналогично имеем $\psi(x, y) = \text{const}$. Поэтому можем произвольно принять, что на внешней закругленной стенке AEB штампа, мы имеем:

$$\zeta = 0, \psi = 0, \quad (6a)$$

а во внутренней точке O , вокруг которой закручиваются линии тока, полагаем:

$$\zeta = 1, \psi = 1. \quad (6б)$$

причем единица принимается потому, что все величины являются безразмерными.

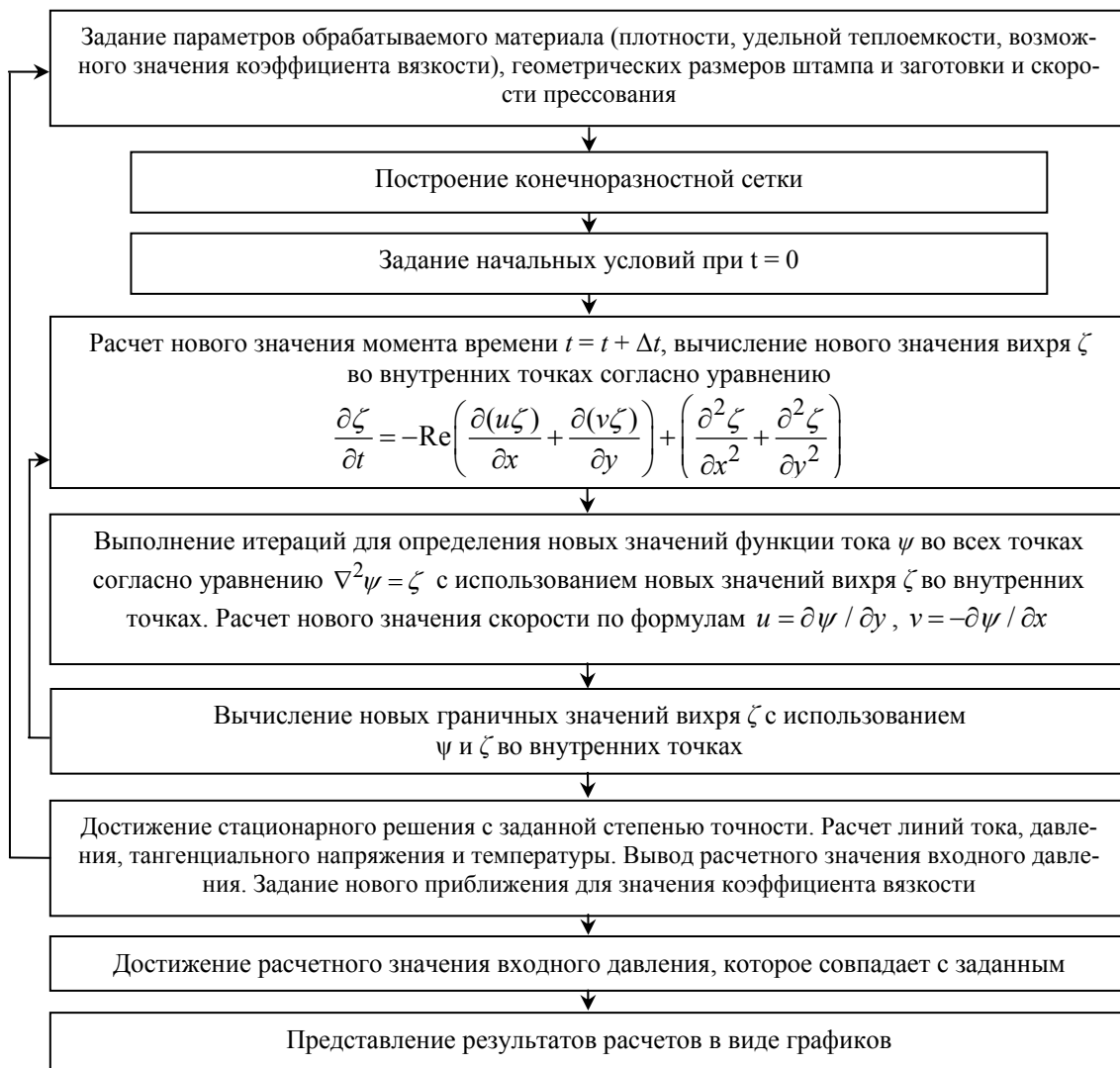


Рис. 3. Блок-схема алгоритма решения уравнения переноса вихря в задаче РКУП вязкого материала для переменных функции тока ψ и вихря ζ

Граничные условия на входе AO в очаг пластической деформации (рис. 2) задаем на основании формулы Пуазейля, функцию тока ψ и давление P определяем итерационным методом Ричардсона, а вязкость материала находим методом последовательных приближений по экспериментально измеренным значениям давления прессования (рис. 1, в) и скорости материала (рис. 1, г) на входе в очаг деформации.

Численно решим уравнение (4) с начальными (5) и граничными (6) условиями методом конечных разностей по схеме Ричардсона для следующих значений входящих величин: ширина каждого канала $a = 39$ мм, плотность пластилина $\rho = 1850$ кг/м³, предел текучести $\sigma_S = 217$ кПа [15], удельная теплоемкость пластилина $c = 1,004$ кДж/(кг·К) [16], удельная теплопроводность $0,7$ Дж/(м·с·К) [16], скорость прессования $U_0 = 0,31$ мм/с, вязкость текущего материала $\eta = 540$ Па·с, число Рейнольдса $Re = 4,14 \cdot 10^{-5}$, число шагов координаты $n = 80$, момент времени для построения первой изохроны 30 с, входное давление прессования $P = 1216$ кПа и относительная погрешность итераций составляет $\varepsilon = 10^{-2}$. Результаты численного интегрирования представлены на соответствующих эпюрах на рис. 4.

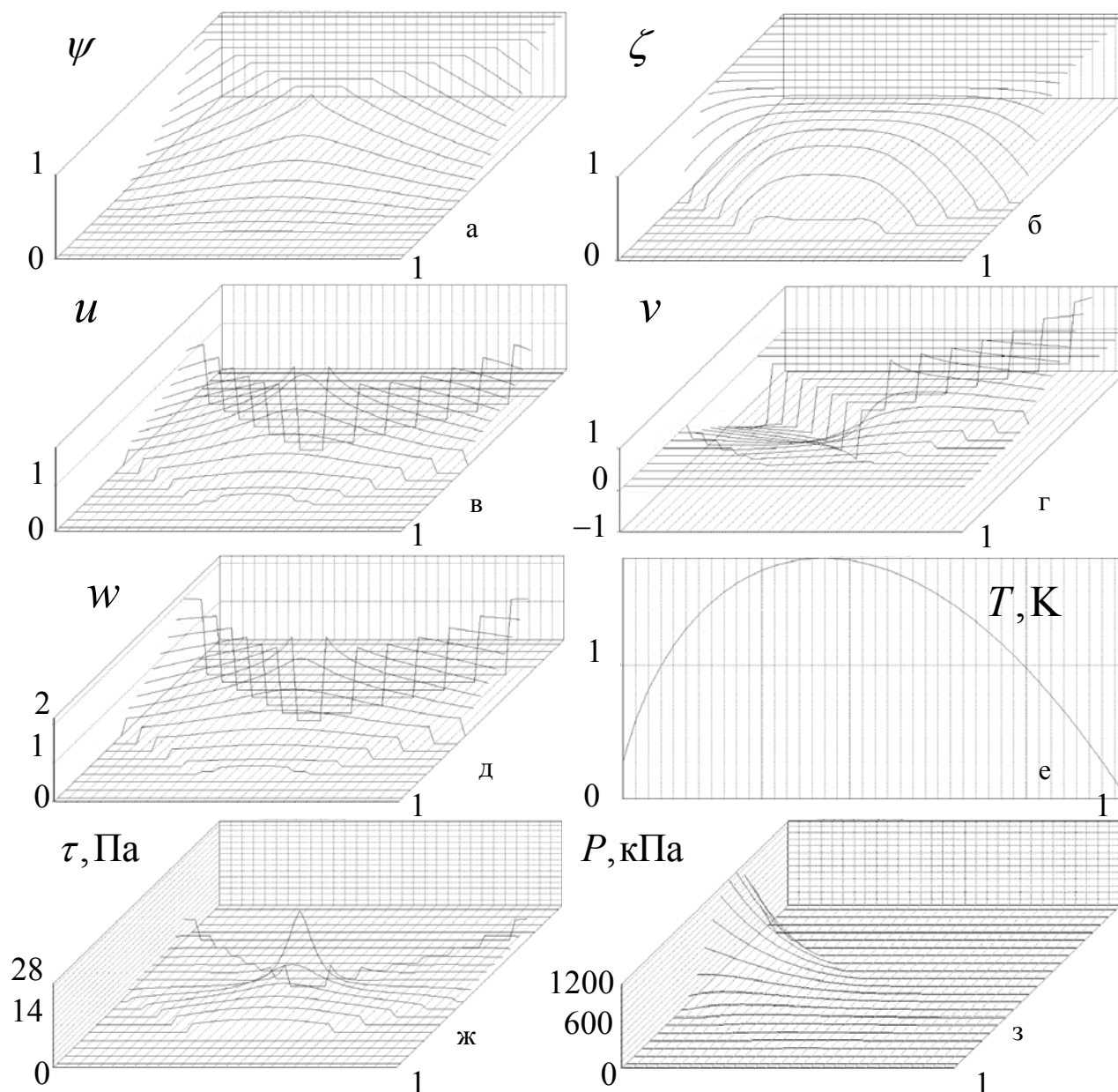


Рис. 4. Расчетные поля функций тока ψ (а) и вихря ζ (б), горизонтальной (в), вертикальной (г) и полной (д) скоростей потока, разогрева заготовки (е), касательных напряжений (ж) и давления (з) при РКУП пластилиновой модели в штампе с $2\theta = 90^\circ$ и с внешним закруглением $\varphi = 90^\circ$, причем вход в очаг деформации – слева, а выход – вправо

Здесь сила трения между скользящими слоями вязкой среды F , скорость разогрева материала dT/dt и касательные напряжения τ_s (рис. 4, ж) пропорциональны градиенту скорости и определяются как:

$$F = \eta S \left| \frac{dw}{dz} \right|, \quad \frac{dT}{dt} = \frac{dQ}{c\rho V dt} = \frac{\eta}{c\rho} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2, \quad \tau_s = \frac{F}{S} = \eta \frac{dw}{dz}, \quad (7)$$

где модуль градиента вектора скорости может быть рассчитан согласно соотношению:

$$\frac{dw}{dz} = \sqrt{\left(\frac{du}{dx} \sin \alpha \right)^2 + \left(\frac{dv}{dy} \cos \alpha \right)^2}, \quad \alpha = \arctg(v/u). \quad (8)$$

Поскольку координаты каждой точки линии тока (рис. 2, б) определяются как:

$$x_{i+1} = x_i + u(x_i, y_i) dt, \quad y_{i+1} = y_i + v(x_i, y_i) dt, \quad (9)$$

то оценка разогрева материала при РКУП (рис. 4, е) основывается на последовательном расчете приращения температуры в каждой точке линии тока согласно формуле:

$$T_{i+1} = T_i + \frac{\sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}} \cdot \frac{dT}{dt}(x_i, y_i). \quad (10)$$

Все разнообразие вязких течений обрабатываемых материалов при угловом прессовании описывается решениями одних и тех же дифференциальных уравнений в частных производных, уравнений Навье-Стокса, причем разные течения (т. е. решения) отличаются только граничными (6) и начальными (5) условиями, а также такими параметрами решения как число Рейнольдса Re .

Решение уравнения переноса вихря для вязкого течения материала при РКУП через штамп с $2\theta = 90^\circ$, $\varphi = 90^\circ$ неявно учитывает наличие трения материала со стенками штампа, причём граничные условия задачи содержат условие полного прилипания материала к стенкам, что соответствует максимальному значению фактора трения $m = 0,5$ в законе Зибеля.

Предложенный гидродинамический подход позволяет больше узнать о механике процесса РКУП. Так, на рис. 4, ж в зоне очага пластического деформирования (точка O , рис. 2) можно видеть пик касательных напряжений, который характеризует значительную неоднородность деформаций в объеме обрабатываемого материала, что может вызвать растрескивание заготовки. Фактически аморфные и поликристаллические материалы в условиях пластического деформирования можно рассматривать как квазиньютоновские жидкости с эффективной вязкостью, которая учитывает не только вязкое трение, но и фрагментацию структуры обрабатываемого материала.

Существование больших градиентов скоростей (рис. 4, д) и касательных напряжений (рис. 4, ж) обуславливает относительное вращательное движение для зерен обрабатываемого поликристаллического материала и тем самым формирует очаги турбулентности в очаге пластического деформирования материала при РКУП (рис. 1, а, б), что коррелирует с гипотезой Я. Е. Бейгельзимера [6].

ВЫВОДЫ

1. Теоретически и экспериментально показана возможность исследования процесса РКУП вязких сплошных сред посредством численного решения уравнений Навье-Стокса, что позволяет выполнить корректную оценку основных энергосиловых параметров процесса, а также существенно ускорить и удешевить процесс проектирования технологической оснастки для реализации РКУП по сравнению с натурным физическим моделированием.

2. Предложен и практически реализован быстрый алгоритм решения уравнения переноса вихря ζ , который корректно учитывает влияние входного и выходного каналов углового штампа в задаче РКУП вязкого материала. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментов.

3. Подобие результатов компьютерного и физического моделирования с использованием пластилина позволяет полагать, что разработанная методика найдет дальнейшее применение для анализа течения полимеров при РКУП в штампах со сложной геометрией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Segal V. M. Slip line solutions, deformation mode and loading history during equal channel angular extrusion / V. M. Segal // *Materials Science and Engineering A*. – 2003. – Vol. 345. – P. 36–46.
2. Ferrasse S. Scale up and application of equal-channel angular extrusion for the electronics and aerospace industries / S. Ferrasse, V. M. Segal, F. Alford [et al] // *Materials Science and Engineering A*. – 2008. – Vol. 493. – P. 130–140.
3. Валиев Р. З. Развитие наноструктурных материалов на стыке наук / Р. З. Валиев, Р. К. Исламгалиев // *Научный журнал Уфимского государственного авиационного технического университета «Вестник УГАТУ»*. – Уфа, 2000. – № 1. – С. 61–66. – Библиогр. : с. 66.
4. Белошенко В. А. Твердофазная экструзия полимеров / В. А. Белошенко, Я. Е. Бейгельзимер, В. Н. Валушин. – НАН Украины, ДонФТИ им А. А. Галкина. – К. : Наукова думка, 2008. – 207 с.
5. Алиев И. С. Исследование процесса комбинированного поперечно-прямого выдавливания / И. С. Алиев, О. К. Савченко, А. Н. Рахметуллаев // *Оптимизация металлосберегающих процессов при ОМД : Ростов н/Д : РИСХМ*. – 1989. – С. 132–139.
6. Бейгельзимер Я. Е. Некоторые соображения по поводу больших пластических деформаций, основанные на их аналогии с турбулентностью / Я. Е. Бейгельзимер // *Физика и техника высоких давлений*. – 2008. – том 18. – № 4. – С. 77–86.
7. Manna R. Physical modeling of equal channel angular pressing using plasticine / R. Manna, P. Agrawal, J. Sushant, B. K. Mudda, N. Mukhopadhyay, G. V. Sastry // *Scripta Materialia*. – 2005. – Vol. 53, № 12. – P. 1357–1361.
8. Han W. Z. Investigation on the geometrical aspect of deformation during equal-channel angular pressing by in-situ physical modeling experiments / W. Z. Han, Z. F. Zhang, S. D. Wu, S. X. Li // *Materials Science and Engineering A*. – 2008. – Vol. 476. – P. 224–229.
9. Спосіб фізичного моделювання течії пластичних матеріалів [Текст]: патент № UA 41132 U: МПК (2009) B21J 5/00, G01N 3/28 / Лаптев О. М., Периг О. В., Литвинов М. Г., Подлесний С. В. ; власник патенту Донбаська державна машинобудівна академія. – № и200812900 ; заявл. 05.11.08 ; опубл. 12.05.09, Бюл. № 9, 09 р. – 2 с. : 2 іл.
10. Периг А. В. Компьютерное моделирование течения материалов при равноканальном угловом пресовании : анализ движения вязкой среды и экспериментальная верификация методом маркеров / А. В. Периг, А. М. Лаптев, Н. Н. Голоденко, А. Ю. Лошманов, М. Г. Литвинов // *Обработка материалов давлением : сб. науч. пр.* – Краматорск : ДДМА. – 2009. – № 1 (20). – С. 57–62.
11. Периг А. В. Анализ неоднородности деформированного состояния при вязком течении материалов в прямоугольном равноканальном угловом штампе / А. В. Периг, А. М. Лаптев, Н. Н. Голоденко, Ю. А. Ерфорт, И. И. Бойко // *Вестник национального технического университета «ХПИ»*. Тематический выпуск «Новые решения в современных технологиях» : сб. науч. пр. – Харьков : «ХПИ». – 2009. – № 31. – С. 75–83.
12. Роуч П. Дж. Вычислительная гидродинамика / П. Дж. Роуч ; пер. с англ. В. А. Гуцина, В. Я. Митницкого ; под ред. П. И. Чушкина. – М. : Мир, 1980. – 616 с. : ил. – Библиогр. : С. 537–598.
13. Безуглый В. Ю. Численные методы теории конвективного теплообмена / В. Ю. Безуглый. – Киев–Донецк : Вища школа, 1984. – 176 с.
14. Davidson P. A. Turbulence. An introduction for scientists and engineers / P. A. Davidson. – Oxford : Oxford university press, 2004. – 657 Pg.
15. Sofuoglu H. Flow behavior of Plasticine used in physical modeling of metal forming processes / H. Sofuoglu, J. Rasty // *Tribology International*. – 2000. – Vol. 33, № 8. – P. 523–529.
16. Chijiwa K. Characteristics of Plasticine Used in the Simulation of Slab in Rolling and Continuous Casting / K. Chijiwa, Y. Hatamura, N. Hasegawa // *Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan*. – 1981. – Vol. 21, № 8. – P. 178–186.

Периг А. В. – ассистент ДГМА;
Голоденко Н. Н. – канд. физ.-мат. наук, доц. ДонНАСА;
Лаптев А. М. – д-р техн. наук, проф. ДГМА;
Бойко И. И. – студент ДГМА;
Михеенко Д. Ю. – канд. техн. наук, ассистент ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск;
ДонНАСА – Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка.

E-mail: alexander.perig@dgma.donetsk.ua